

# LogicTraffic – Logik in der Allgemeinbildung\*

Ruedi Arnold	Werner Hartmann
Institut für Pervasive Computing	Zentrum für Bildungsinformatik
ETH Zürich	PH Bern
CH-8092 Zürich	CH-3012 Bern
rarnold@inf.ethz.ch	werner.hartmann@phbern.ch

**„Ist ja logisch!“ – Logik ist in unserem Alltag omnipräsent. Doch in der Schule ist Logik kaum ein Thema und wenn, dann ist der Unterricht meist unnötig abstrakt. Mit der Lernumgebung LogicTraffic zur Steuerung von Verkehrskreuzungen wird ein intuitiver Zugang zur Logik als Teil der Allgemeinbildung vorgestellt.**

In ihrer Aufsatzreihe zur Informatik als Grundbildung streichen Hartmut Wedekind et al. [WIO05] die spezielle Bedeutung der Logik für die Informatik heraus, merken aber gleichzeitig an, dass die übliche, durch Formeln und Zeichen geprägte Darstellung der Logik nicht gerade zu einer näheren Beschäftigung mit ihr einlädt. So kommt es, dass nur die wenigsten Leute den Unterschied zwischen hinreichenden und notwendigen Voraussetzungen kennen oder fähig sind, Überlegungen der Art „Angenommen der Sachverhalt ist wie folgt ...“ anzustellen. Erschwerend kommt dazu, dass die umgangssprachliche Logik – „Möchten Sie einen Kaffee oder einen Tee?“ – nicht mit der formalen, mathematischen Logik übereinstimmt. Der Versuch, im Rahmen der Mengenlehre in der Schule Aussagenlogik als Teil der Allgemeinbildung zu vermitteln, ist bekanntlich kläglich gescheitert. Die formale Logik erwies sich als zu abstrakt und zu weit weg von der Lebenswelt der Lernenden. Obwohl Logik heute in vielen Lebensbereichen immer wichtiger wird – man denke etwa nur an die kompetente Nutzung von Internet-Suchdiensten – ist Logik als eigenständiges Thema praktisch ganz aus den Schulen verschwunden. Dieser Artikel knüpft an die Ausführungen von Wedekind et al. zur Relevanz der Logik für die Grundbildung an und illustriert, dass Logik durchaus anschaulich vermittelt werden kann.

## 1 Logik als Teil der Allgemeinbildung

Die allgemeinbildende Bedeutung der Logik ist unbestritten. Ohne Logik können wir nicht rational argumentieren. Es ist klar, dass eine Aussage wie „Zürich ist die Hauptstadt der

---

\*Dieser Artikel erscheint im Informatik Spektrum vom Springer Verlag. The original publication is available at [www.springerlink.com](http://www.springerlink.com).

Computation	Beweise, Laufzeitanalyse, Programmverifikation
Communication	Kodierung (z.B. CRC mit XOR)
Coordination	Fuzzy Logic bei HCI, Ausschlussbeweise von Deadlocksituationen
Automation	Künstliche Intelligenz, Logikprogrammierung
Recollection	Abfragen mittels aussagenlogischer Operatoren (z.B. SQL Queries)

Tabelle 1: Logik in den fünf *windows of computing mechanics*.

Schweiz“ entweder wahr oder falsch ist. Und aus der Aussage „Es regnet in Strömen“ folgern wir, dass die Strasse nass ist. Von einem gebildeten Menschen wird auch erwartet, dass er schwierigere Schlussfolgerungen problemlos meistert: Aus „Entweder Peter oder Roger spielt Tennis“ und „Peter spielt nicht Tennis“ schließen wir messerscharf „Roger spielt Tennis“.

Logik begleitet uns im Alltag, die Begriffe und Konzepte dahinter sind uns aber oft nur intuitiv klar. Die Logik hat es auch schwer, sich als Teil einer Grundbildung zu etablieren. Wedekind et al. bringen diesen Sachverhalt auf den Punkt: „Mit unserer natürlichen Sprache teilt die Logik das Schicksal, gewissermaßen wildwüchsig erworben zu werden. Dass dieser Erwerb der korrigierenden und fördernden Ergänzung durch die Schule bedarf, ist im Fall der Sprache eine Selbstverständlichkeit, im Fall der Logik jedoch nicht auf der Agenda.“ [WIO05].

Neben dem Alltag gibt es Wissenschaftsgebiete, in denen grundlegende Kenntnisse formaler Logik von zentraler Bedeutung sind. Logik und Mathematik sind eng verknüpft. Spricht man von „Logik“, meint man oft die mathematische Logik, wie man sie in der Aussagenlogik und bei formalen Systemen findet. Die Logik stellt für die Mathematik präzise formale Notationen und damit den Werkzeugkasten für mathematische Beweise zur Verfügung.

Auch die Elektrotechnik ist eng verknüpft mit der Logik. Moderne Halbleiterschaltungen sind nichts anderes als in Hardware gegossene aussagenlogische Formeln; Variablen und Operatoren werden in Register, Gatter und Schaltungen abgebildet.

Zentral ist die Logik für praktisch alle Teilgebiete der Informatik. Sobald ein Sachverhalt formalisiert und so für den Computer bearbeitbar wird, führt kein Weg an exakter und eindeutiger Notation und Bedeutung vorbei. Peter J. Denning gibt in [Den03] fünf „windows of computing mechanics“ der Informatik an. In Tabelle 1 zeigen wir exemplarisch, welche Rolle die Logik in diesen fünf Bereichen spielt.

Obwohl Logik für unseren Alltag und viele Wissenschaftsgebiete von großer Bedeutung ist, fristet die Logik in der Ausbildung ein Schattendasein. Wedekind et al. [WIO05] schreiben zu den Gründen:

Die Logik lädt in ihrer üblichen Darstellung nicht gerade zu einer näheren Beschäftigung mit ihr ein. Führende Logiker sprachen und sprechen zwar vom „natürlichen Schließen“, ein Blick in ein Logiklehrbuch zeigt aber in der Regel Zeichen und Formeln, die alles andere als „natürlich“ aussehen. Dazu kommt eine Reihe von „Prinzipien“, die man als plausibel, selbstverständlich, fraglos gültig o. ä. zur Kenntnis zu nehmen hat.

Wedekind et al. schließen, dass es dem Anfänger zwar nicht allzu schwer falle, das Sprachspiel „Logik“ zu lernen, wohl aber, es zu verstehen.

## 2 Wie soll Logik unterrichtet werden?

Wirft man einen Blick auf die Ausbildungslandschaft, präsentiert sich der Logikunterricht wenig einheitlich und es werden in der Regel nur Teilaspekte thematisiert.

Im Rahmen des meist freiwilligen Philosophieunterrichtes werden zwar Prinzipien wie der *Satz vom Widerspruch*, der *Satz vom ausgeschlossenen Dritten* oder das Konzept des *natürlichen Schließens* thematisiert. Eine eigentliche Auseinandersetzung mit Aussagen- und Prädikatenlogik findet aber nicht statt.

Im Mathematikunterricht spielen Notationen, Konventionen, sowie die dafür verwendeten Symbole und deren Semantik eine wichtige Rolle. All- und Existenz-Quantoren und Prädikate sind direkt von der Prädikatenlogik übernommen. In der Analysis tauchen häufig Formeln der Art „ $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \dots$ “ auf. Daneben werden aussagen- und prädikatenlogische Konstrukte wie „ $\forall$  Geraden  $g$  und  $h$ ,  $g \neq h$  gilt:  $g$  schneidet  $h$  oder  $g$  und  $h$  sind parallel“ verwendet.

Im Beschluss der Deutschen Kultusministerkonferenz zu den einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA) Mathematik [Mat89] besitzt Logik keinen großen Stellenwert. So taucht das Wort „Logik“ in dem 50-seitigen Dokument genau ein Mal auf, und zwar als einer von elf besonders geeigneten Themenbereichen für eine mündliche Prüfung. Begriffe wie „Quantor“ oder „Prädikat“ kommen in diesem Beschluss überhaupt nicht vor. Methoden und Techniken zum mathematischen Beweisen (welche auf Konzepten der Logik aufbauen) werden in den einheitlichen Prüfungsanforderungen nur am Rande behandelt.

Lehrmittel oder Einführungsvorlesungen zur Logik beinhalten typischerweise Themen wie Aussagenlogik (Aussagen, Wahrheitswerte, Syntax und Semantik, Boole'sche Funktionen, Normalformen, Boole'sche Algebra), Prädikatenlogik (Prädikate und Quantoren, Syntax und Semantik), Resolution und formale Beweise. Der Zugang zur Logik richtet sich auf den oberen Schulstufen also an der Fachsystematik aus, die Inhalte werden meistens sehr formal und abstrakt vermittelt. Kompakte Notationen und die Formelsprache sind ein sehr nützliches Werkzeug für Experten in einem Fachgebiet. Für Anfänger bleiben aber die Motivation und der Alltagsbezug auf der Strecke. Das mag mitunter ein Grund sein, warum in den siebziger Jahren zusammen mit der Mengenlehre auch die Logik weitgehend aus den Lehrplänen gekippt wurde. Im Rahmen des Unterrichts der Mengenlehre wurde die Logik

für die Lernenden auf ein abstraktes, künstliches Gebilde reduziert. Viele Schülerinnen und Schüler konnten zwar Venn-Diagramme zeichnen, Elemente zwischen verschiedenen Mengen mit Pfeilen versehen, irgend eine tiefere Einsicht blieb aber aus.

Soll die Logik wieder zu einem wichtigen Teil der Allgemeinbildung werden, muss im Unterricht ein Zugang gesucht werden, welcher den Voraussetzungen der Lernenden besser Rechnung trägt. Es ist heute allgemein anerkannt, dass Unterricht besonders effektiv ist, wenn die Lernenden eine sinnvolle Beziehung zwischen dem Lerngegenstand und dem Alltag, also der eigenen Erfahrungswelt, herstellen können. Für den Logikunterricht drängt sich deshalb ein Zugang vom Naheliegenden zum Allgemeinen auf. Ein solcher Zugang beinhaltet auch eine Abkehr vom gängigen, durch Formeln und Zeichen geprägten Einstieg in die Logik.

Wie könnte ein „alltagsnaher“ Einstieg in die Logik aussehen? Kinder lernen anhand konkreter Gegenstände und müssen sich Ereignisse und Abläufe vorstellen können. Je älter wir werden, desto zugänglicher sind wir für Erklärungen, die bildlich oder lediglich in Textform vorliegen. Trotzdem: Oft wären wir froh um ein gutes Beispiel aus unserem Alltag. Hier setzt die Klassifikation verschiedener Repräsentationsebenen unserer Denkopoperationen von Jerome Bruner et al. [Bru66] an. Aufbauend auf Piaget werden drei Repräsentationsebenen unterschieden:

**Enaktive Repräsentation:** Erfassen von Sachverhalten durch eigenes Tun: Diese Repräsentationsebene ist bei Kindern besonders ausgeprägt. Kinder lernen durch eigenes Handeln, durch Abtasten von Gegenständen, durch Beobachten. Um Dreirad zu fahren, brauchen Kinder keine Gebrauchsanweisung.

**Ikonische Repräsentation:** Auf dieser Ebene werden Sachverhalte durch Bilder dargestellt. Konkrete Gegenstände, Ereignisse und Abläufe kann sich ein Mensch auch anhand von Visualisierungen vorstellen. Ein Hotelprospekt oder ein Stadtplan reichen oft aus, um sich ein Bild zu machen.

**Symbolische Repräsentation:** Erfassen von Sachverhalten durch Symbole (Text, Zeichen etc.). Unter dem frei gewählten Begriff Baum können wir uns problemlos einen Baum vorstellen. Wir brauchen weder auf den „Baum“ zu klettern noch ein Bild vom Baum zu sehen. Symbolische Darstellungen haben den großen Vorteil, präzise und kompakt zu sein und bieten sich speziell an, wenn man von einem Thema bereits eine zutreffende intuitive Vorstellung hat.

Die enaktive Repräsentationsform eignet sich besonders für den Einstieg in ein Thema. Der Stoff wird für die Lernenden zugänglicher und wird besser im Gedächtnis verankert. Neben der echten enaktiven Repräsentation (jeder Schüler wird selber mit physischen Gegenständen aktiv) lassen sich heute enaktive Vorgänge oft auch durch Manipulationen von Objekten in einer computergestützten Umgebung simulieren. Bekannte Beispiele für diesen virtuell-enaktiven [HNR06] Modus sind Lernumgebungen, in denen die Lernenden virtuelle Roboter auf dem Bildschirm steuern können.

Logik gehorcht strengen formalen Regeln; computergestützte Lernumgebungen für den Einstieg in die Logik drängen sich deshalb geradezu auf. Im folgenden stellen wir zwei

computergestützte Lernumgebungen vor. Zuerst werfen wir einen Blick auf Tarski's World, den Klassiker für den Logikunterricht. Dann stellen wir die neue Lernumgebung LogicTraffic [Log06] vor. LogicTraffic zeigt grundlegende Konzepte der Logik anhand der sicheren Steuerung von Verkehrskreuzungen auf und knüpft damit unmittelbar an die Erfahrungswelt der Lernenden an.

### 3 Tarski's World

Das bekannte Programm Tarski's World [Bar99] beinhaltet eine Einführung in die Prädikatenlogik und lässt die Lernenden zwei- und dreidimensionale Welten mit einfachen geometrischen Objekten erstellen (Abbildung 1). Die Objekte werden auf einem schachbrettähnlichen Feld angeordnet und haben verschiedene Formen wie Würfel oder Pyramide und unterscheiden sich in Eigenschaften wie Größe oder Farbe. Der Lernende kann Sätze in Prädikatenlogik formulieren und das System prüfen lassen, ob diese in der gegebenen Situation zutreffen oder nicht.

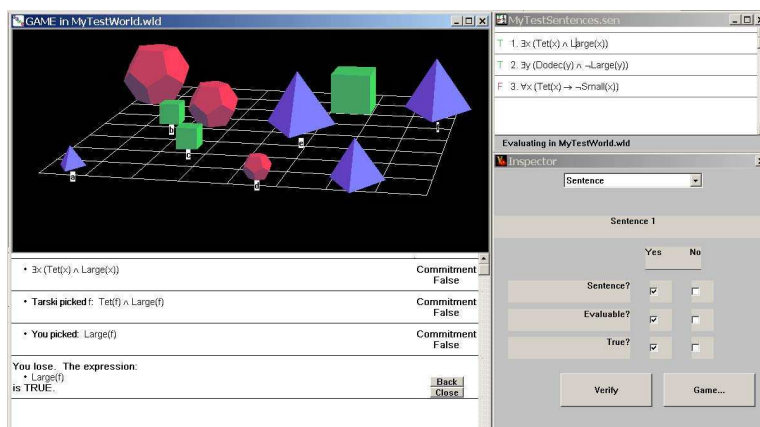


Abbildung 1: Prädikatenlogik in Tarski's World.

Beispielsweise lassen sich prädikatenlogische Aussagen erstellen wie:

- Für alle Objekte gilt: Falls ein Objekt ein Tetraeder ist, dann ist es nicht groß:  
 $\forall x (Tet(x) \rightarrow \neg Large(x))$
- Es existiert ein kleines Objekt a, ein mittelgroßes Objekt b und zwischen a und b gibt es ein Objekt c:  $\exists a \exists b \exists c (Small(a) \wedge Medium(b) \rightarrow Between(c, a, b))$

Durch ein Frage-Antwort Spiel bietet Tarski's World die Möglichkeit, den Wahrheitswert von einzelnen Sätzen in Prädikatenlogik zu überprüfen. Ein Beispiel (siehe Abbildung 1): Gegeben ist die Aussage  $\exists x (Tet(x) \wedge Large(x))$ . In einem ersten Schritt geben wir

an, dass diese Aussage falsch sei. Dann fragt das System, ob wir überzeugt sind, dass jedes Objekt  $(Tet(x) \wedge Large(x))$  falsifiziert. Wir bejahen. Darauf wählt das System ein konkretes Objekt  $f$  aus und fragt uns, ob  $(Tet(c) \wedge Large(c))$  falsch sei. Dann bestätigen wir unsere Überzeugung, dass  $Tet(f)$  oder  $Large(f)$  falsch ist und wählen  $Tet(f)$  als falschen Ausdruck. Zum Schluss teilt uns das System mit, dass wir verloren haben, da der Ausdruck  $Tet(f)$  wahr ist.

Tarski's World hat eine ansprechende, visuelle Benutzerschnittstelle und zeigt mit wenigen Prädikaten die Anwendung von Prädikatenlogik. Die Welt ist einfach und die Interaktionsmöglichkeiten überzeugen ebenfalls. Einen eigentlichen Alltagsbezug vermag aber Tarski's World nicht herzustellen, die Repräsentation beschränkt sich auf die ikonische und symbolische Ebene und die Lernumgebung präsentiert sich für die Lernenden eher trocken und nüchtern.

#### 4 Lernumgebung LogicTraffic

LogicTraffic [Log06] führt am Beispiel der Steuerung einer Straßenkreuzung in die Aussagenlogik ein. Im Vordergrund stehen reale Objekte, der Sinn aussagenlogischer Formeln ist sofort einsichtig. Fehler zeigen Auswirkungen in Form von Kollisionen, die Lernenden erhalten unmittelbar ein Feedback zu ihren Überlegungen. Die formalen Notationen bleiben zuerst im Hintergrund und fließen erst nach und nach im Unterricht ein. Die Lernumgebung LogicTraffic ist ausgerichtet auf allgemeinbildenden Logikunterricht, kann aber durchaus auch auf Hochschulstufe zum Einsatz kommen. Sie ist durch ihre Einfachheit und den hohen Praxisbezug für Lernende nach kurzer Einführung intuitiv verständlich.

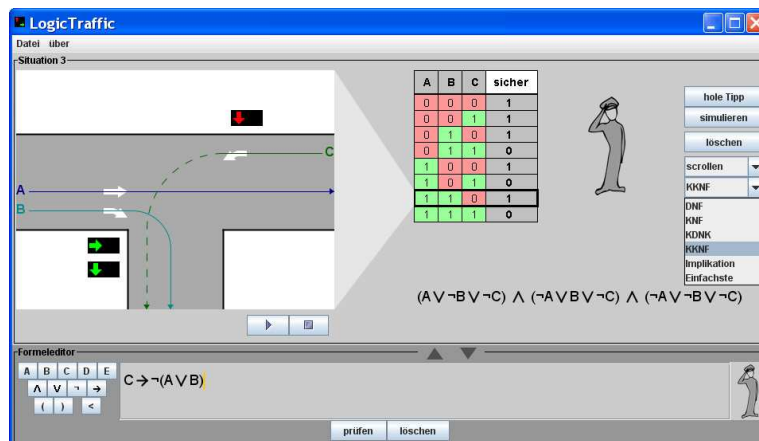


Abbildung 2: Lernumgebung LogicTraffic.

LogicTraffic vermittelt die Grundlagen der Aussagenlogik und deckt Begriffe wie Variable, Wahrheitswert, Operator, Formel, Wahrheitstabelle, Äquivalenz von Formeln und

Normalformen ab. Die Grundidee besteht darin, zu einer gegebenen Verkehrskreuzung eine aussagenlogische Formel zu finden, welche die Kreuzung „sicher“ macht, also Kollisionen ausschließt. Jede Fahrspur entspricht dabei einer Variablen. Eine aussagenlogische Formel muss verhindern, dass zwei sich kreuzende Fahrspuren nicht gleichzeitig auf grün gestellte Ampeln haben.

Die Programmoberfläche besteht aus vier Bereichen (Abbildung 2):

- Die **Verkehrssituation** links oben stellt eine Straßenkreuzung mit ihren Fahrspuren und Ampeln dar.
- Die **Wahrheitstabelle** rechts oben zeigt an, ob die möglichen Ampeleinstellungen die Verkehrskreuzung sicher steuern oder nicht.
- Die **Formel zur Wahrheitstabelle** unterhalb der Wahrheitstabelle gibt eine zur Wahrheitstabelle äquivalente Beschreibung in der kompakten Form einer aussagenlogischen Formel an. Die kanonischen konjunktiven und disjunktiven Normalformen werden direkt aus der Wahrheitstabelle generiert, die minimierten Formen entstehen mit Hilfe des Verfahrens nach Quine und McCluskey.
- Im **Formeleditor** unten lassen sich Formeln direkt erstellen, prüfen und in die Wahrheitstabelle übertragen.

LogicTraffic erlaubt eine schrittweise Einführung in die elementaren Begriffe der Aussagenlogik wie Variablen, Formeln und Wahrheitstabellen. In einem ersten Schritt können die Schülerinnen und Schüler die Ampeln der Verkehrskreuzung manuell steuern und so die Wahrheitstabelle sukzessive ausfüllen. Für jede mögliche Ampelkonfiguration gibt der Schüler an, ob die resultierende Verkehrssteuerung sicher ist oder nicht. Begonnen wird mit einer einfachen Straßenkreuzung mit zwei Fahrspuren.

Bei mehr Fahrspuren wird die Wahrheitstabelle schnell größer und es leuchtet ein, dass die Wahrheitstabelle kein geeignetes Mittel zur Steuerung von Verkehrskreuzungen ist. Jetzt erfolgt der Übergang zur Beschreibung der Wahrheitstabelle durch äquivalente aussagenlogische Formeln. Die Lernenden versuchen, eine gegebene Kreuzung direkt ohne den Umweg über eine Wahrheitstabelle durch eine aussagenlogische Formel zu steuern. Schließlich stellt sich die Frage, wie eine Kreuzung durch eine möglichst kompakte Formel sicher gesteuert werden kann. Eine „sichere“ Formel kann beispielsweise in die kanonische disjunktive Normalform gebracht werden. Anschließend kann der Zusammenhang zwischen der Normalform und der Wahrheitstabelle untersucht werden. Die Lernenden können sogar einen Algorithmus formulieren, mittels welchem sich aus einer Wahrheitstabelle eine dazugehörige Formel in kanonischer disjunktiver Normalform erstellen lässt.

Auf [Log06] finden sich Begleitmaterialien für die Lehrerinnen und Lehrer, welche mögliche Einsatzszenarien von LogicTraffic im Unterricht aufzeigen. Abbildung 3 gibt anhand von zwei Verkehrssituationen mit zwei beziehungsweise fünf Spuren einen Eindruck, welchen Schwierigkeitsgrad mögliche Aufgabenstellungen in LogicTraffic haben. Zu einer Verkehrssituation (a) ist die Wahrheitstabelle (b) abgebildet; dazu eine Formel (c), wie sie von Lernenden gefunden werden könnte und schließlich eine von LogicTraffic optimierte Formel (d), hier mit Implikation, beziehungsweise als disjunktive Normalform (DNF).

(a)																																																																																																																																																																							
(b)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>sicher</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	C	D	sicher	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>sicher</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	A	B	C	D	E	sicher	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
C	D	sicher																																																																																																																																																																					
0	0	1																																																																																																																																																																					
0	1	1																																																																																																																																																																					
1	0	1																																																																																																																																																																					
1	1	0																																																																																																																																																																					
A	B	C	D	E	sicher																																																																																																																																																																		
0	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																		
0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																		
0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																		
0	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																		
0	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																		
0	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																		
0	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																		
0	1	0	1	1	0																																																																																																																																																																		
0	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																		
0	1	1	0	1	0																																																																																																																																																																		
0	1	1	1	0	0																																																																																																																																																																		
0	1	1	1	1	0																																																																																																																																																																		
1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																		
1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																		
1	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																		
1	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																		
1	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																		
1	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																		
1	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																		
1	1	0	1	1	0																																																																																																																																																																		
1	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																		
1	1	1	0	1	0																																																																																																																																																																		
1	1	1	1	0	0																																																																																																																																																																		
1	1	1	1	1	0																																																																																																																																																																		
(c)	$\neg C \vee \neg D$	$(\neg C \vee \neg E) \wedge (\neg B \vee \neg E) \wedge (\neg A \vee \neg E)$ $\wedge (\neg A \vee \neg D) \wedge (\neg A \vee \neg C)$																																																																																																																																																																					
(d)	$C \rightarrow \neg D$	$(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg C \wedge \neg D \wedge \neg E)$ $\vee (\neg A \wedge \neg E)$																																																																																																																																																																					

Abbildung 3: Exemplarische Zusammenstellung zweier Situationen in LogicTraffic.

Für den Unterricht sind verschiedene Variationen denkbar. Ausgehend von der Verkehrssituation direkt oder über den Umweg der Wahrheitstabelle eine sichere Formel zu finden, ist der naheliegende Einsatz von LogicTraffic. Man kann aber auch eine Formel vorgeben und die Lernenden müssen dazu auf Papier eine mögliche Verkehrssituation zeichnen; eine anspruchsvolle Aufgabe! Wünschenswert wäre bei solchen Aufgabentypen natürlich ein Editor für das Erstellen von Verkehrskreuzungen. Auf einen solchen Editor wurde aber bewusst verzichtet, um die Lernumgebung für den Benutzer so einfach wie möglich zu halten.

## 5 Didaktische Konzeption von LogicTraffic

LogicTraffic trägt den unterschiedlichen Anforderungen an gute interaktive Lernsoftware Rechnung. Das beginnt bei der Themenwahl: Der Aufwand zur Erstellung computer-gestützter Lernsoftware rechtfertigt sich in aller Regel nur bei grundlegenden Unterrichtsthemen, die über einen größeren Zeithorizont hinweg relevant sind. Aussagenlogik ist ein solches grundlegendes Thema.



Gute Lernsoftware bietet Aufgabenstellungen auf unterschiedlichen kognitiven Niveaus an und spricht auch die höheren kognitiven Stufen wie Analyse und Synthese an. LogicTraffic beinhaltet einfache Aufgaben, z.B. das korrekte Ausfüllen einer Wahrheitstabelle, aber auch anspruchsvolle Aufgaben wie das direkte Erzeugen von sicheren Formeln.

Gute computergestützte Lernumgebungen zeichnen sich durch einen hohen Grad an Interaktivität aus. Schulmeister beschreibt in seiner Taxonomie von Interaktivität sechs Stufen [Sch03]. Die niedrigsten drei Stufen umfassen reines Anbieten von Information, benutzergesteuerte Navigation innerhalb der Lernumgebung und die Wahl von verschiedenen Darstellungsformen.

Auf der vierten Stufe kann der Lernende selber Parameter wählen und so den Inhalt der Lernumgebung beeinflussen. Diese Stufe ist typisch für Computersimulationen. Computersimulationen sind heute weit verbreitet, der didaktische Mehrwert wird aber oft überschätzt. Auch wenn der Lernende das Verhalten der Objekte in einer Lernumgebung durch das Variieren von Parametern verändern kann, bleibt er immer noch in einer passiven, beobachtenden Rolle. Erst geschickte Aufgabenstellungen – zum Beispiel die Frage, bei welchen Parameterwerten sich bei einem betrachteten dynamischen System ein Gleichgewichtszustand einstellt – führen zu einer wirklichen Interaktion des Lernenden mit der Lernumgebung.

Stufe fünf und sechs der Taxonomie von Schulmeister beinhalten das Manipulieren von Objekten, das Erzeugen von eigenen Objekten in der Lernumgebung und ein unmittelbares Feedback der Rückmeldung auf diese Operationen. Mit LogicTraffic lassen sich eigene Objekte (Formeln) erstellen und manipulieren und die Lernenden erhalten aufgrund der Animation des Verkehrs ein Feedback. LogicTraffic weist also einen hohen Grad an Interaktivität auf.

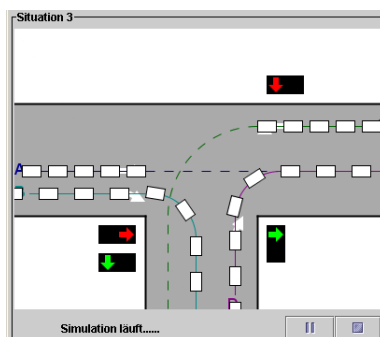


Abbildung 4: Animation in LogicTraffic.

Dank der Animation von alltäglichen Verkehrssituationen (Abbildung 4) und der Modifikation von Ampelzuständen auf Mausklick wird mit LogicTraffic auch die Nintendo Generation gemäß [GS02] angesprochen.

Die verschiedenen Darstellungen gemäß der Repräsentationstrias von Bruner et al. [Bru66] sind in LogicTraffic ebenfalls berücksichtigt: Formeln und die Wahrheitstabelle bieten ei-

ne symbolische Repräsentation, das statische Bild von Verkehrssituationen entspricht einer ikonischen Darstellung, und durch Mausklicks auf Ampeln und Animation der Verkehrssituation wird eine virtuell-enaktive Repräsentation erreicht. Die unterschiedlichen Repräsentationen eröffnen den Schülerinnen und Schülern verschiedene Sichten auf die Aussagenlogik.

## 6 Einsatz von LogicTraffic und Ausblick

Bei schwierigen, abstrakten Themen ist der Einstieg über Alltagsanalogien eine anerkannte und verbreitete Unterrichtstechnik. LogicTraffic führt ausgehend von der Steuerung einer Verkehrskreuzung in das Thema Logik ein. LogicTraffic knüpft aber nicht nur für den Einstieg an die Erfahrungswelt der Lernenden an, sondern vermittelt grundlegende Konzepte der Logik direkt am Beispiel der Verkehrssteuerung.

Die Lernumgebung wurde im Rahmen von Lehrerfortbildungen und Schulversuchen an Gymnasien bereits ausgiebig erprobt und stößt auf großes Interesse. Schülerinnen und Schüler finden sich schnell in der Lernumgebung zurecht. Der konkrete Anwendungsbezug und der Verzicht auf abstrakte Notationen in der Anfangsphase des Unterrichtes werden als besonders positiv gewertet. Lehrer schätzen es, dass die Lernumgebung keine besonderen Software-Installationen voraussetzt; einzig das Java Runtime Environment (JRE) wird benötigt.

LogicTraffic ist Teil eines größeren Projektes InfoTraffic. Am Beispiel der Verkehrssteuerung und -simulation werden wichtige Informatikkonzepte aufgezeigt. QueueTraffic beschäftigt sich mit zentralen Begriffen der Warteschlangentheorie, z.B. Auslastung oder durchschnittliche Wartezeit. Die Aufgabe der Lernenden ist es, für vorgegebene Situationen eine Verkehrssteuerung zu erstellen sowie das Verkehrsaufkommen zu regulieren und zu analysieren. Die Lernumgebungen LogicTraffic und QueueTraffic können auf [Log06] kostenlos heruntergeladen werden. Auf der begleitenden Website finden sich auch Unterrichtsmaterialien für die Lehrerin und den Lehrer.

## Literatur

- [Bar99] Barwise, J. and Etchemendy, J. *Language, Proof and Logic*. CSLI Publications, Stanford, 1999.
- [Bru66] Bruner, J. S. and Olver, R. R. and Greenfield, P. M. *Studies in Cognitive Growth*. John Wiley and Sons, New York, 1966.
- [Den03] P. J. Denning. Great Principles of Computing. *Communications of the ACM*, 46(11):15–20, 2003.
- [GS02] M. Guzdial und E. Soloway. Teaching the nintendo generation to program. *Communications of the ACM*, 45(4):17–21, 2002.

- [HNR06] W. Hartmann, M. Näf und R. Reichert. *Informatikunterricht planen und durchführen*. Springer, Berlin, 2006.
- [Log06] Lernumgebung LogicTraffic, online auf dem Bildungsserver SwissEduc, inkl. Unterrichtsmaterialien. <http://www.swisseduc.ch/informatik/infotraffic/>, Oktober 2006.
- [Mat89] EPA Mathematik. *Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik*. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 01.12.1989 i.d.F. vom 24.05.2002. Siehe auch <http://www.kmk.org/doc/beschl/EPA-Mathematik.pdf>, 1989.
- [Sch03] R. Schulmeister. Taxonomy of Multimedia Component Interactivity. A Contribution to the Current Metadata Debate. *Studies in Communication Sciences. Studi di scienze della comunicazione.*, 3(1):61–80, 2003.
- [WIO05] H. Wedekind, R. Inhetveen und E. Ortner. Informatik als Grundbildung - Teil VI: Logik und Geltungssicherung. *Informatik-Spektrum*, 28(1):48–52, 2005.